Segunda prova de Física XIX (Turma da Manhã), 07/10/2009

Nome:______________________________ Nota:________

1ª questão (2,5 pontos)

Na experiência sobre ondas estacionárias em cordas realizada no laboratório, foi usado um gerador de funções em composição com um alto-falante para se produzir ondas estacionárias em uma corda com extremidades fixas. Foram então medidas as frequências de ressonância associadas a diversos modos de vibração da corda. Considere que em tal experimento usamos uma corda de densidade linear $\mu = (0,23 \pm 0,02)$ g/m e que o peso que traciona a corda foi $P = (0,490 \pm 0,005)$ N.

a) Determine a velocidade v da onda emitida pelo gerador de funções na corda, bem como sua incerteza Δv, expressando o resultado final como $v \pm \Delta v$. (1,0 ponto)

b) Suponha que estejamos observando com uma dada frequência o segundo harmônico. Mantendo essa frequência fixa, desejamos observar o harmônico seguinte variando apenas o peso que traciona a corda. Determine a tração T que produzirá o terceiro harmônico bem como sua incerteza ΔT, expressando o resultado como $T \pm \Delta T$. (1,5 pontos)

SOLUÇÃO:

a) $$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{0,490}{0,23\times 10^{-3}}} = 46 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = \left|\frac{\partial v}{\partial T}\right| \Delta T + \left|\frac{\partial v}{\partial \mu}\right| \Delta\mu = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{\mu}}\left(\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta\mu}{\mu}\right) = 2 \text{ m/s}$$

Logo, $\boxed{v \pm \Delta v = (46 \pm 2) \text{ m/s}}$

b) Para um harmônico n temos: $f = \frac{v}{2L} n$ (1)

Para um harmônico n' temos: $f = \frac{v'}{2L} n'$ (2) (Variamos apenas T aqui)

$(1) \div (2)$: $1 = \frac{v}{v'}\frac{n}{n'} \Rightarrow v' = v\frac{n}{n'} \Rightarrow \sqrt{\frac{T'}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}\frac{n}{n'} \Rightarrow \boxed{T' = T\frac{n^2}{n'^2}}$

$n=2$ e $n'=3 \Rightarrow \boxed{T' = \frac{4}{9}T}$ e $\boxed{\Delta T' = \frac{4}{9}\Delta T}$ Logo $\boxed{T \pm \Delta T = (0,218 \pm 0,002) \text{ N}}$

nome:____

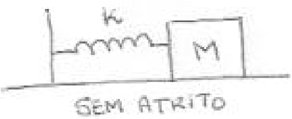
2^a questão (2,5 pontos)

Considere um sistema com uma massa pontual M presa a uma mola de constante elástica k, dispostos em uma superfície horizontal sem atrito. Posta para oscilar em regime de pequenas oscilações, começa-se medir o tempo ($t = 0$) quando a massa passa pela posição de equilíbrio $x = 0$ com velocidade de módulo v_0 em sentido negativo.

a) Determine a fase inicial do movimento. (1,0 ponto)

b) Determine a amplitude do movimento oscilatório em termos de M, k e v_0 (1,5 pontos)

<u>Solução:</u>



Função horária do MHS: $x(t) = \underbrace{X_m}_{\text{Amplitude}} \cos(\omega t + \underbrace{\phi}_{\text{Fase inicial}})$

a) $x(0) = X_m \cos\phi = 0 \Rightarrow \boxed{\phi = \frac{\pi}{2}}$

<u>Obs</u>: Soluções $+\frac{\pi}{2}$ e $-\frac{\pi}{2}$ satisfazem $\cos\phi = 0$. No entanto, como devemos ter $\cos(\omega t + \phi)$ negativo p/ t imediatamente maior que zero, mantemos apenas a solução $+\frac{\pi}{2}$.

b) $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -\omega X_m \operatorname{Sen}(\omega t + \phi) = -\omega X_m \operatorname{Sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})$

Em $t=0$ temos: $v(0) = -\omega X_m \underbrace{\operatorname{Sen}\frac{\pi}{2}}_{1} = \underbrace{-v_0}_{\text{Velocidade inicial}}$

$$\Rightarrow X_m = v_0/\omega \Rightarrow \boxed{X_m = v_0\sqrt{\frac{M}{k}}}$$

nome: ____

3ª questão (2,5 pontos)

Um gerador em uma extremidade de uma corda produz uma onda dada por

$$y_1(x,t) = (6,0\,\mathrm{cm})\cos\left\{\frac{\pi}{2}\left[(2,00\,\mathrm{m}^{-1})x + (8,00\,\mathrm{s}^{-1})t\right]\right\}$$

e um gerador na outra extremidade produz a onda

$$y_2(x,t) = (6,0\,\mathrm{cm})\cos\left\{\frac{\pi}{2}\left[(2,00\,\mathrm{m}^{-1})x - (8,00\,\mathrm{s}^{-1})t\right]\right\}.$$

a) Determine a função $y(x,t)$ da onda resultante da interferência dessas duas ondas, escrevendo o resultado com um único termo. A onda resultante é uma onda progressiva ou estacionária? Por que? (1,5 pontos)

b) Para $x > 0$, determine qual é a posição do nó que tem o menor valor de x? (0,5 ponto)

c) Para $x > 0$, determine qual é a posição do anti-nó que tem o menor valor de x? (0,5 ponto)

Solução:

a) $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = A\cos(kx+\omega t) + A\cos(kx-\omega t)$

com $A = 6{,}0\,\mathrm{cm}$, $k = \pi\,\mathrm{m}^{-1}$ e $\omega = 4\pi\,\mathrm{rad/s}$.

Então: $y(x,t) = A\left(\cos kx\cos\omega t - \cancel{\mathrm{sen}\,kx\,\mathrm{sen}\,\omega t} + \cos kx\cos\omega t + \cancel{\mathrm{sen}\,kx\,\mathrm{sen}\,\omega t}\right)$

$= 2A\cos kx\cos\omega t$

Logo: $\boxed{y(x,t) = (12\,\mathrm{cm})\cos\left[\frac{\pi}{2}(2{,}00\,\mathrm{m}^{-1})x\right]\cos\left[\frac{\pi}{2}(8{,}00\,\mathrm{s}^{-1})t\right]}$

A onda resultante é uma onda estacionária porque surge da interferência de duas ondas em sentidos opostos não apresentando o perfil $f(x \pm vt)$.

b) Nó: $\cos kx = 0 \Rightarrow kx = (j+\frac{1}{2})\pi \quad (j \in \mathbb{Z})$

Para $x>0$, o primeiro nó ocorre em $x = (0+\frac{1}{2})\frac{\pi}{k} \Rightarrow \boxed{x = 0{,}500\,\mathrm{m}}$

c) Antinó: $\cos kx = \pm 1 \Rightarrow kx = j\pi \quad (j \in \mathbb{Z})$

Para $x > 0$, o primeiro antinó ocorre em $x = 1\cdot\frac{\pi}{k} \Rightarrow \boxed{x = 1{,}00\,\mathrm{m}}$

nome:____

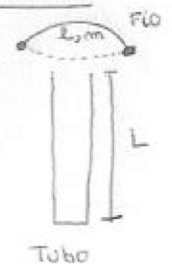
4ª questão (2,5 pontos)

Um tubo de $1,18\,\mathrm{m}$ de comprimento está fechado em um dos extremos e aberto no outro. Um fio esticado está colocado próximo à extremidade aberta. O fio tem $33,2\,\mathrm{cm}$ de comprimento e massa de $9,57\,\mathrm{g}$. Seus extremos são fixos e ele vibra em seu modo fundamental. Por ressonância, ele faz a coluna de ar no tubo oscilar na frequência fundamental dessa coluna. Tome a velocidade do som no ar como $v = 343\,\mathrm{m/s}$.

a) Determine a frequência de oscilação da coluna de ar. (1,5 pontos)

b) Determine a tração do fio. (1,0 ponto)

Solução:



a) Para o tubo temos: $L = \frac{\lambda}{4} n \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{n}$

Sabendo que $v_{som} = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v_{som}}{4L} n = \frac{343 \cdot 1}{4 \cdot 1,18}\ \mathrm{Hz}$

$\Rightarrow \boxed{f = 72,7\ \mathrm{Hz}}$

b) Corda com extremidades fixas: $f = \frac{v}{2\ell} n \Rightarrow v = \frac{2\ell}{n} f$

Mas $v^2 = \frac{T}{\mu} \Rightarrow T = \frac{4\ell^{\cancel{2}}}{n^2} f^2 \frac{m}{\cancel{\ell}} = \frac{4 \cdot (33,2 \times 10^{-2})}{1^2} (72,7)(9,57 \times 10^{-3})\ \mathrm{N}$

$\Rightarrow \boxed{T = 67,2\ \mathrm{N}}$